

线性方程组的几何意义

Guangyao Zhao

2022-07-28

Contents

数学方程分为线性方程和非线性方程。非线性在某种程度上可以转化为线性。所以线性方程组的重要性不言而喻，之前的几章都是为了此处作铺垫，如果前面的理解了，理解本章的内容就是水到渠成。本章有个比较硬核的知识点，就是大名鼎鼎的最小二乘，会单独拿出来写篇文章。

1. 矩阵方程 $Ax = b$ 的意思哪些向量可以被矩阵 A 转换成向量 b
2. 什么是线性方程的解? 将线性方程一切相关的东西都映射到线性空间中去想象，线性方程的解便是线性空间中的一个点或线或面甚至超平面。
3. n 为向量个数; r 为矩阵的秩; r_c 为增广矩阵的秩。根据三者关系，解的情况分为：
 1. 适定方程: $r = r_c = n$, 唯一解, 不存在线性相关向量, 原线性空间不变, 未压缩。
 2. 欠定方程: $r = r_c < n$, 无数解, 存在线性相关的向量, 原线性空间压缩。
 3. 超定方程: $r < r_c$, 无解, 无法被化简。
4. 解的维数指的是一个点 (1 维), 一条线 (2 维), 一个面 (3 维) 等等。

具体求解的过程反而不那么重要，只需要理解以上几点即可。线性代数最重要的是在脑海中构建出它所产生的空间，然后想象矩阵的各种变化。